

北京航空航天大学研究生院 《现代雷达系统理论》

第6讲 雷达波形与处理（上）

北京航空航天大学 许小剑
2020年秋季学期

第六/七讲 雷达波形与处理

- 引言
- 匹配滤波器
- 雷达模糊度函数
- 雷达波形与分辨率的概念
- 典型雷达波形的模糊度函数
- 脉冲串信号的雷达模糊度函数
- 数字脉冲压缩
- 波形分集概念及应用

1、雷达是“望远镜”

- 能看多远？
- 如何看得更遥远？

2、雷达是“显微镜”

- 能看见啥？
- 如何看得更精细？

迄今为止，我们可以回答哪些问题了？

雷达目标检测依赖于信噪比

输入信噪比：

$$SNR_i = \frac{P_{si}}{N_i}$$

$$P_{si} = P_r = \frac{P_t G_t G_r \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 R^4 L}$$

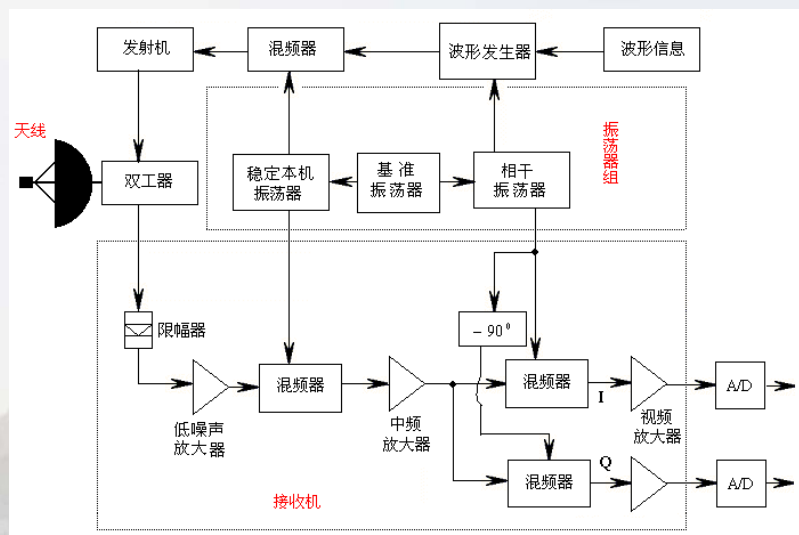
$$N_i = K T_s B_n$$

输出信噪比：

$$SNR_o = \frac{P_{so}}{N_o}$$

$$P_{so} = P_{si} \cdot G$$

$$N_o = K T_s B_n \cdot F \cdot G$$

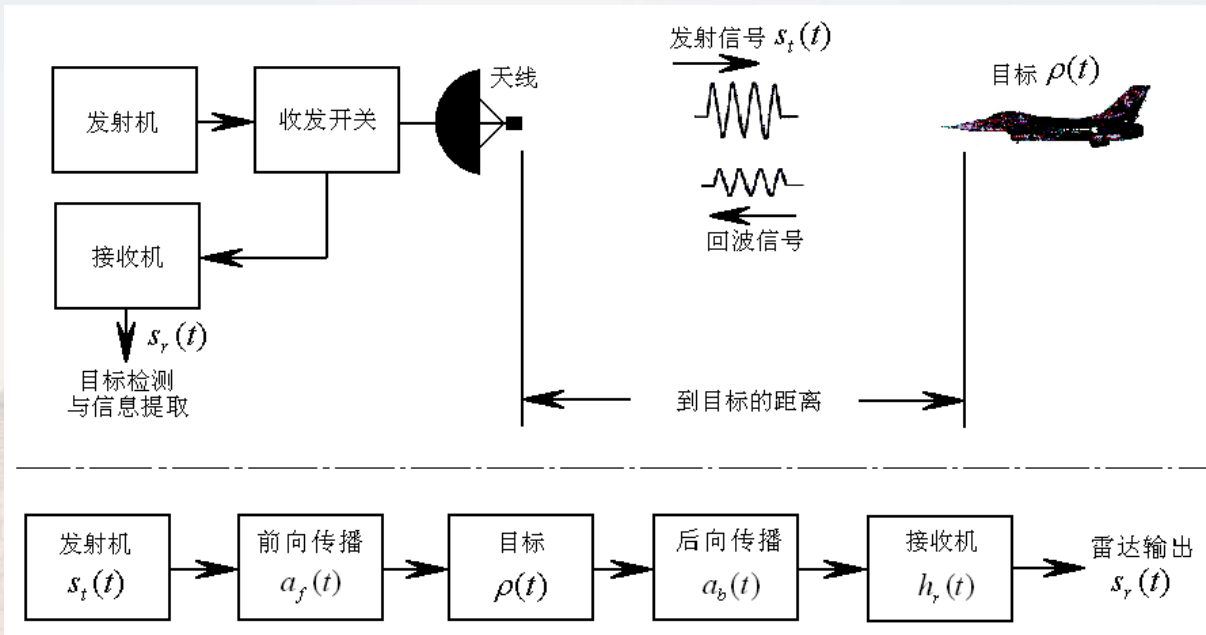


(1) “点”目标假设 + “功率”假设；

(2) 各种因素是如何影响雷达输入信号：[由雷达方程回答](#)

(3) 雷达接收机输出噪声如何计算：[由等效放大器模型回答](#)

为什么迄今仍只能回答“望远镜”问题？



$$s_r(t) = s_t(t) * a_f(t) * \rho(t) * a_b(t) * h_r(t)$$

$$s_r(t) = s_t(t) * a_f(t) * \rho(t) * h_r(t) * a_b(t)$$

理想接收机 \Downarrow $h_r(t) = G \cdot \delta(t)$

$$s_r(t) = s_t(t) * a_f(t) * \rho(t) * a_b(t)$$

传输特性为衰减常数 \Downarrow $a_f(t) = a_b(t) = \frac{1}{A} \delta(t)$

$$s_r(t) = s_t(t) * \rho(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \rho(\tau) s_t(t - \tau) d\tau$$

点目标 \Downarrow $\rho(t) = \sigma_0 \cdot \delta(t)$

$$s_r(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \rho(\tau) s_t(t - \tau) d\tau = \sigma_0 s_t(\tau) \Rightarrow P_r \propto P_t, \sigma_0$$

为了回答雷达是“显微镜”问题：

$$s_r(t) = s_t(t) * a_f(t) * \rho(t) * h_r(t) * a_b(t)$$

传输：衰减

$$a_f(t) = a_b(t) = \frac{1}{A} \delta(t)$$

教材第七章

$$s_r(t) = s_t(t) * \rho(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \rho(\tau) s_t(t - \tau) d\tau$$

教材第五章

教材第六章

“雷达波形”

雷达复数信号表示：

$$s(t) = \text{Re}\{u(t)e^{j\omega_0 t}\}$$

常常直接写为：

$$s(t) = u(t)e^{j\omega_0 t}$$

同相与正交相位 (I/Q) 表示：

$$u(t) = A_I(t) + jA_Q(t) \quad (\text{复包络=“波形”})$$

$$A_I(t) = A(t) \cos \phi(t) \quad \text{同相分量(I)}$$

$$A_Q(t) = A(t) \sin \phi(t) \quad \text{正交分量(Q)}$$

单个点频脉冲信号

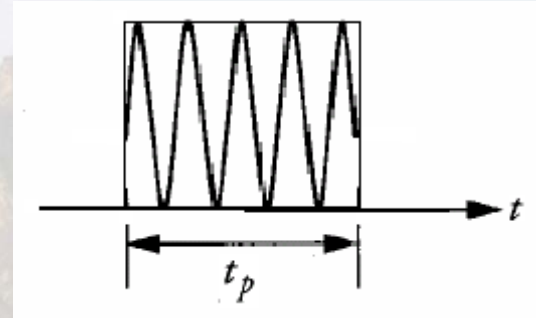
信号:

$$s(t) = u(t)e^{j\omega_0 t}$$

其复包络为:

$$u(t) = \frac{1}{\sqrt{t_p}} \text{rect}\left(\frac{t}{t_p}\right)$$

$$\text{rect}(x) = \begin{cases} 1, & |x| < 1/2 \\ 0, & |x| \geq 1/2 \end{cases}$$



且

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |u(t)|^2 dt = 1 \quad (\text{能量归一化})$$

线性调频波 (LFM)

上调频信号:

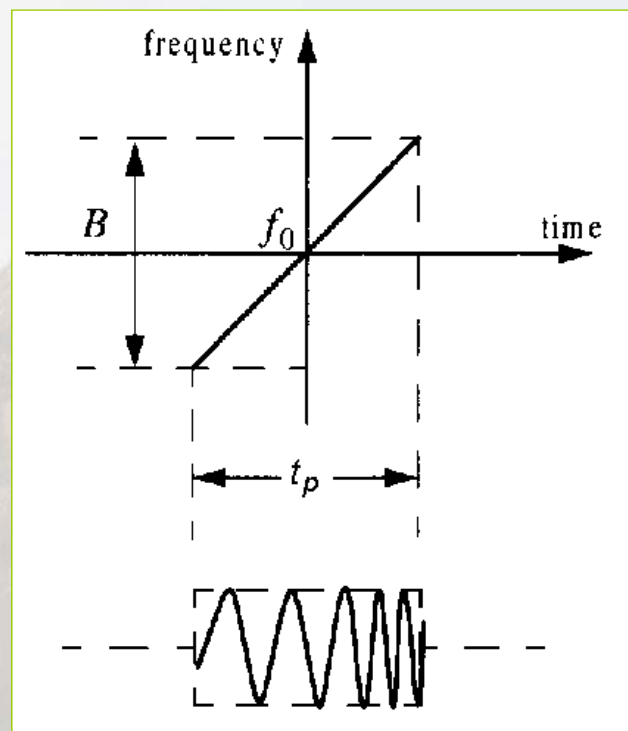
$$s(t) = \text{Re}\{u(t)e^{j2\pi f_0 t}\}$$

$$u(t) = \frac{1}{\sqrt{t_p}} \text{rect}\left(\frac{t}{t_p}\right) e^{+j\pi\gamma t^2}$$

(能量归一化)

波形的频率特性:

$$f = \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi}{dt} = \gamma t$$



下调频信号:

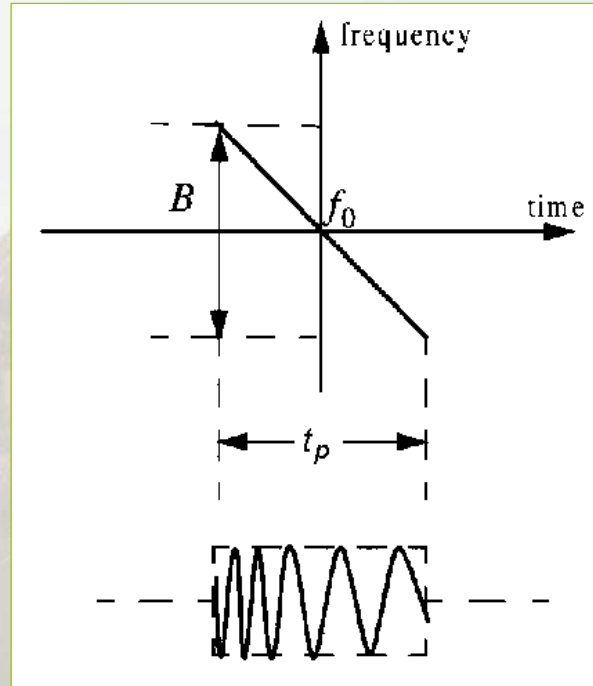
$$s(t) = \text{Re}\{u(t)e^{j2\pi f_0 t}\}$$

$$u(t) = \frac{1}{\sqrt{t_p}} \text{rect}\left(\frac{t}{t_p}\right) e^{-j\pi\gamma t^2}$$

(能量归一化)

波形的频率特性:

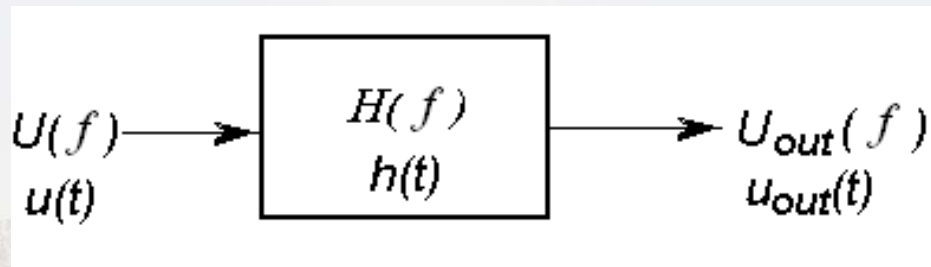
$$f = \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi}{dt} = -\gamma t$$



第六讲 雷达波形与处理 (上)

- 匹配滤波器
- 雷达模糊度函数
- 雷达波形与分辨率的概念
- 典型雷达波形的模糊度函数
- 脉冲串信号的雷达模糊度函数
- 数字脉冲压缩
- 波形分集概念及应用

线性时不变系统 (LTI) 的输出响应

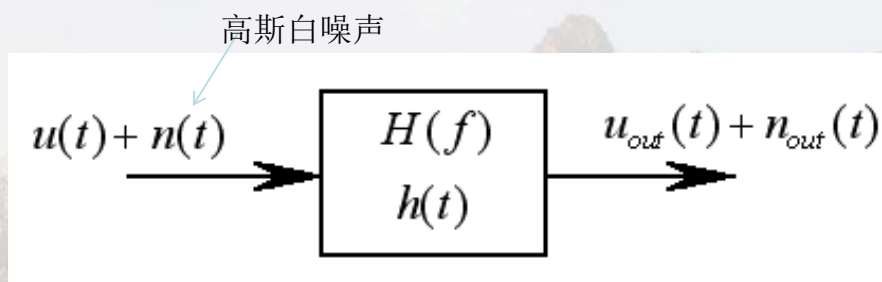


$$U_{out}(f) = U(f)H(f)$$

$$u_{out}(t_m) = \int_{-\infty}^{+\infty} H(f)U(f)e^{j2\pi ft_m} df$$

输入噪声为白噪声时的匹配滤波器

对于 LTI 系统, 有



研究其输出信噪比 (SNR):

$$SNR = \frac{|u_{out}(t_m)|^2}{\langle n_{out}^2 \rangle}$$

$$SNR = \frac{|u_{out}(t_m)|^2}{\langle n_{out}^2 \rangle}$$

输出信号功率:

$$u_{out}(t_m) = \int_{-\infty}^{\infty} H(f)U(f)e^{j2\pi ft_m} df$$

$$|u_{out}(t_m)|^2 = u_{out}(t_m)u_{out}^*(t_m) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} H(f)U(f)e^{j2\pi ft_m} df \right|^2$$

输出噪声功率:

$$\langle n_{out}^2 \rangle = N_0 \int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 df$$

匹配滤波器

因此, 输出SNR为:

$$SNR = \frac{|u_{out}(t_m)|^2}{\langle n_{out}^2 \rangle} = \frac{\left| \int_{-\infty}^{\infty} H(f)U(f)e^{j2\pi ft_m} df \right|^2}{N_0 \int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 df}$$

匹配滤波器 = 使输出SNR最大化的滤波器:

$$\max \left\{ SNR = \frac{|u_{out}(t_m)|^2}{\langle n_{out}^2 \rangle} = \frac{\left| \int_{-\infty}^{\infty} H(f)U(f)e^{j2\pi ft_m} df \right|^2}{N_0 \int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 df} \right\}$$

使SNR最大化:

$$SNR = \frac{|u_{out}(t_m)|^2}{\langle n_{out}^2 \rangle} = \frac{\left| \int_{-\infty}^{\infty} H(f)U(f)e^{j2\pi ft_m} df \right|^2}{N_0 \int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 df}$$

Schwarz 不等式:

$$\left| \int_{-\infty}^{\infty} A(f)B(f)df \right|^2 \leq \int_{-\infty}^{\infty} |A(f)|^2 df \cdot \int_{-\infty}^{\infty} |B(f)|^2 df$$

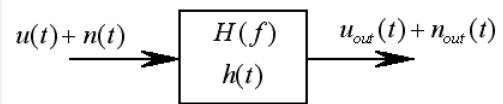
当且仅当

$$A(f) = KB^*(f)$$

式中等式成立, K为常数。

最大 SNR 与匹配滤波器

$$SNR = \frac{|u_{out}(t_m)|^2}{\langle n_{out}^2 \rangle} = \frac{\left| \int_{-\infty}^{\infty} H(f)U(f)e^{j2\pi ft_m} df \right|^2}{N_0 \int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 df}$$



Schwarz不等式

$$SNR \leq \frac{1}{N_0} \int_{-\infty}^{\infty} |U(f)|^2 df = \frac{E}{N_0}$$

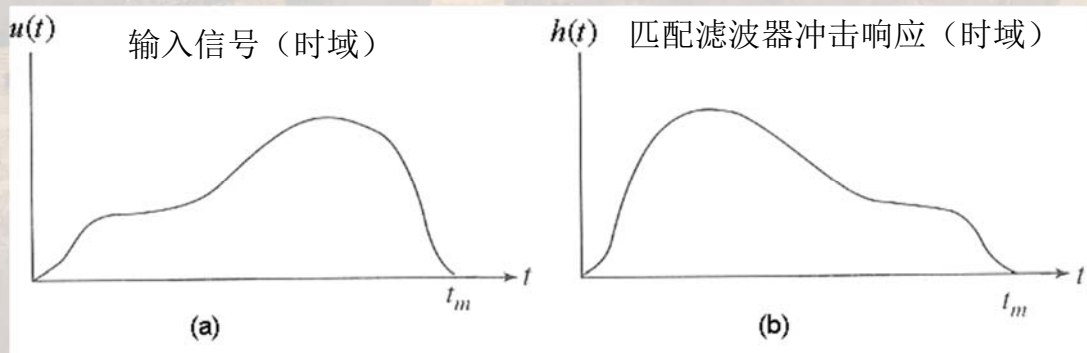
式中 $E = \int_{-\infty}^{\infty} |U(f)|^2 df$ (信号能量)

$$H(f) = KU^*(f)e^{-j2\pi ft_m}$$

$$H(f) = KU^*(f)e^{-j2\pi ft_m}$$



$$h(t) = Ku^*(t_m - t)$$



输入噪声为有色噪声时的匹配滤波器

假设噪声的功率谱密度 (PSD) 为 $|N_i(f)|^2$:

则有色噪声情况下的匹配滤波器为:

$$H(f) = \frac{KU^*(f)e^{-j2\pi ft_m}}{|N_i(f)|^2}$$

或重写为:

$$H(f) = \frac{1}{N_i(f)} \cdot K \left(\frac{U(f)}{N_i(f)} \right)^* e^{-j2\pi ft_m}$$

相当于两个滤波器级联

解释：

$$H(f) = \frac{1}{N_i(f)} \cdot K \left(\frac{U(f)}{N_i(f)} \right)^* e^{-j2\pi f t_m}$$

非白噪声匹配滤波器可以解释为由两个级联的滤波器构成：
第一个滤波器称为**白化滤波器**，其频响为

$$1 / N_i(f)$$

它使得输入噪声谱“白化”（均匀化）；

第二个滤波器为**匹配滤波器**：如果输入噪声是白噪声、输入信号的谱为

$$U(f) / N_i(f)$$

则第二个滤波器的频响与白噪声时的“匹配滤波”公式相同。

匹配滤波器小结：

(1) 匹配滤波器的频响函数：

$$KU^*(f)e^{-j2\pi f t_m}$$

(2) 匹配滤波器的冲击响应函数：

$$Ku^*(t_m - t)$$

(3) 最大输出信噪比：

$$SNR_{\max}^{peak} = E / N_0$$

对于脉冲调制的正弦信号，在平均功率意义上的最大信噪比可表示为

$$SNR_{\max}^{av} = 2E_{av} / N_0$$

(4) 对于高斯白噪声，匹配滤波器是最优滤波器，输出最大信噪比发生在

$$t = t_m$$

(5) 对于有色噪声，匹配滤波器的频响为

$$\frac{U^*(f)}{|N_i(f)|^2} e^{-j2\pi ft_m}$$

第六讲 雷达波形与处理（上）

- 匹配滤波器
- 雷达模糊度函数
- 雷达波形与分辨率的概念
- 典型雷达波形的模糊度函数
- 脉冲串信号的雷达模糊度函数
- 数字脉冲压缩
- 波形分集概念及应用

匹配滤波器对于具有时延和多普勒平移信号的响应

当雷达接收和处理一个运动的理想点目标（散射幅度为1）回波信号时，接收到的回波脉冲相对于发射脉冲将同时出现时延和多普勒频移。



如果我们设定所期望的理想点目标出现在 $t_m=0$ （相当于无时延），且其径向速度为0（相当于无多普勒频移, $f_d=0$ ）。假定已经设计了一个雷达接收机（匹配滤波器），它对于期望目标（时延为 $t_m=0$ 、多普勒平移 $f_d=0$ ）是匹配的。

若存在另一个理想点目标，该目标相对于期望目标的时延是 τ ，多普勒频移是 f_d ，现在来研究同期望目标匹配的滤波器对后一目标的响应。

雷达发射信号：

$$s(t) = u(t)e^{j2\pi f_0 t}$$

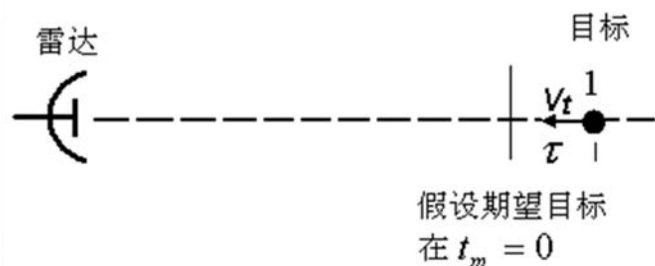
目标多普勒频率：

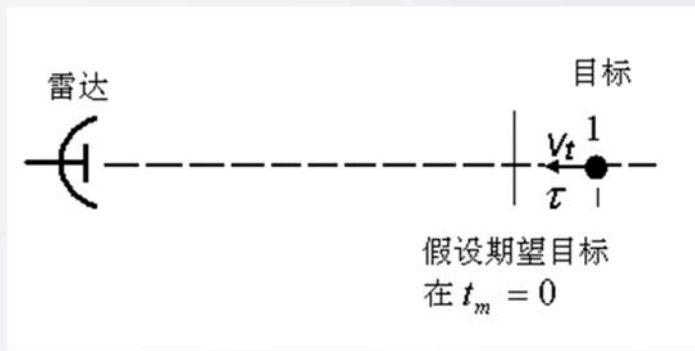
$$f_d = \frac{2v_t}{\lambda_0}$$

忽略载频时谐项。理想点目标回波信号是发射信号的一个复本，时延为 τ 、多普勒频率为 f_d ，即：

$$s_r(t) = u(t - \tau)e^{j\{-2\pi f_0 \tau + 2\pi f_d (t - \tau)\}}$$

假设存在另一个点目标，该目标相对于期望目标的时延 τ ，多普勒频移 f_d 。





当前目标的回波信号:

$$s_r(t) = u(t - \tau) e^{j\{-2\pi f_0 \tau + 2\pi f_d (t - \tau)\}}$$

期望目标的回波信号为:

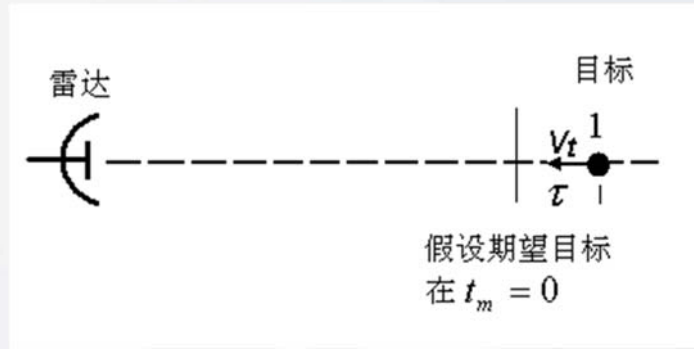
$$s_e(t) = s_r(t) \Big|_{\tau=t_m=0, f_d=0} = u(t)$$



如果已设定匹配滤波器对期望目标是匹配的, 则该匹配滤波器的冲击响应为:

$$h(t) = Ku^*(0 - t)$$

(注意: 已假设期望目标的时延和多普勒频移归一化到0处)



此时，该匹配滤波器对当前目标（相对于期望目标具有**附加**时延 τ 和**附加**多普勒频移 f_d ）的响应为：

$$u_{out}(t, f_d) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\xi) s_r(t - \xi) d\xi$$

式中

$$h(t) = Ku^*(-t)$$

$$s_r(t) = u(t - \tau) e^{j\{-2\pi f_0 \tau + 2\pi f_d(t - \tau)\}}$$

$$h(t) = Ku^*(-t)$$

$$s_r(t) = u(t - \tau) e^{j\{-2\pi f_0 \tau + 2\pi f_d(t - \tau)\}}$$

$$u_{out}(t, f_d) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\xi) s_r(t - \xi) d\xi$$

$$= K \int_{-\infty}^{+\infty} u^*(-\xi) u(t - \tau - \xi) e^{j\{-2\pi f_0 \tau + 2\pi f_d(t - \tau - \xi)\}} d\xi$$

$$t - \tau - \xi = t'$$

变量代换

$$= Ke^{-j2\pi f_0 \tau} \int_{-\infty}^{+\infty} u(t') u^*(t' - t + \tau) e^{j2\pi f_d t'} dt'$$

$$t - \tau = \tau'$$

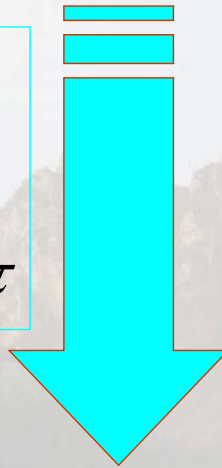
$$= Ke^{-j2\pi f_0 \tau} \int_{-\infty}^{+\infty} u(t') u^*(t' - \tau') e^{j2\pi f_d t'} dt'$$

$$u_{out}(\tau', f_d) = Ke^{-j2\pi f_0 \tau'} \int_{-\infty}^{\infty} u(t') u^*(t' - \tau') e^{j2\pi f_d t'} dt'$$

作归一化处理，令： $K = 1$

忽略常数相位影响： $e^{-j2\pi f_0 \tau}$

变量替换： $t' \rightarrow t, \tau' \rightarrow \tau$



从而有：

$$u_{out}(\tau, f_d) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(t) u^*(t - \tau) e^{j2\pi f_d t} dt$$

$$u_{out}(\tau, f_d) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(t) u^*(t - \tau) e^{j2\pi f_d t} dt$$

此即相对于期望目标，具有附加延时 τ 和附加多普勒频移 f_d 的目标，其回波信号通过（对期望目标匹配的）匹配滤波器的输出响应，是目标时延和多普勒频移的函数，并且取决于发射信号波形（复包络）。

注意在上式的推导中，我们已经假设滤波器响应函数同时延和多普勒均为零的目标相匹配。

- ❑ 当真实目标同设定目标的时延和多普勒频移完全一致时，实现了匹配接收，在 $\tau=0$ 和 $f_d=0$ 处得到目标的峰值响应。
- ❑ 如果真实目标的真实时延和真实多普勒不完全匹配时，则采样是在 $\tau \neq 0$ 和 $f_d \neq 0$ 处进行的，不能得到峰值输出，也就是说目标和接收机之间是“失配的”。
- ❑ 由此可见，一旦雷达发射波形 $u(t)$ 给定了，该函数可以很好地反映雷达接收机（匹配滤波器）对目标的响应特性。

雷达模糊度函数 (AF) 定义

AF定义为:

$$\chi(\tau, f_d) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(t)u^*(t-\tau)e^{j2\pi f_d t} dt$$

它描述了当目标信号实际到达时刻同接收机设定的滤波器匹配时刻存在一个时间差 τ ，信号多普勒频率同设定的滤波器匹配多普勒频率之间存在一个频率差 f_d 时，目标回波输出同设定的匹配接收机输出之间的失配程度。

注意到在推导中，我们假设期望目标的时延和多普勒均为0。因此，上式中参量 τ 同目标实际距离 R_r 和设定的匹配距离 R_m ， f_d 同目标实际径向速度 V_r 和设定的匹配径向速度 V_m 之间有如下的关系：

$$\tau = \frac{2(R_r - R_m)}{c}$$

$$f_d = \frac{2(V_r - V_m)}{\lambda} = \frac{2(V_r - V_m)}{c} f_0$$

$$\chi(\tau, f_d) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(t)u^*(t-\tau)e^{j2\pi f_d t} dt$$

传统上,

$|\chi(\tau, f_d)|$ -- 不确定性函数 (uncertainty function)

$|\chi(\tau, f_d)|^2$ -- 模糊 (度) 函数 (ambiguity function)

目前很多文献中对 $\chi(\tau, f_d)$ 、 $|\chi(\tau, f_d)|$ 、 $|\chi(\tau, f_d)|^2$ 三者不加区分，通称为模糊 (度) 函数。

例：单个点频脉冲信号的AF

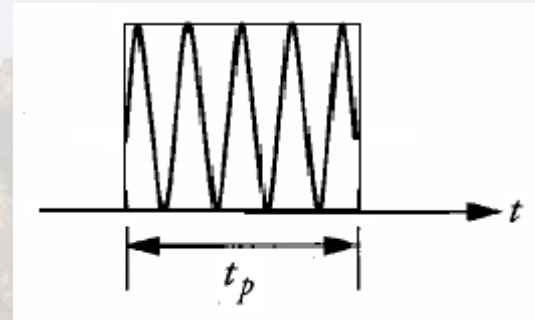
信号：

$$s(t) = u(t)e^{j\omega_c t}$$

其复包络为：

$$u(t) = \frac{1}{\sqrt{t_p}} \text{rect}\left(\frac{t}{t_p}\right)$$

$$\text{rect}(x) = \begin{cases} 1, & |x| < 1/2 \\ 0, & |x| \geq 1/2 \end{cases}$$

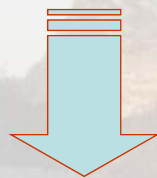


且

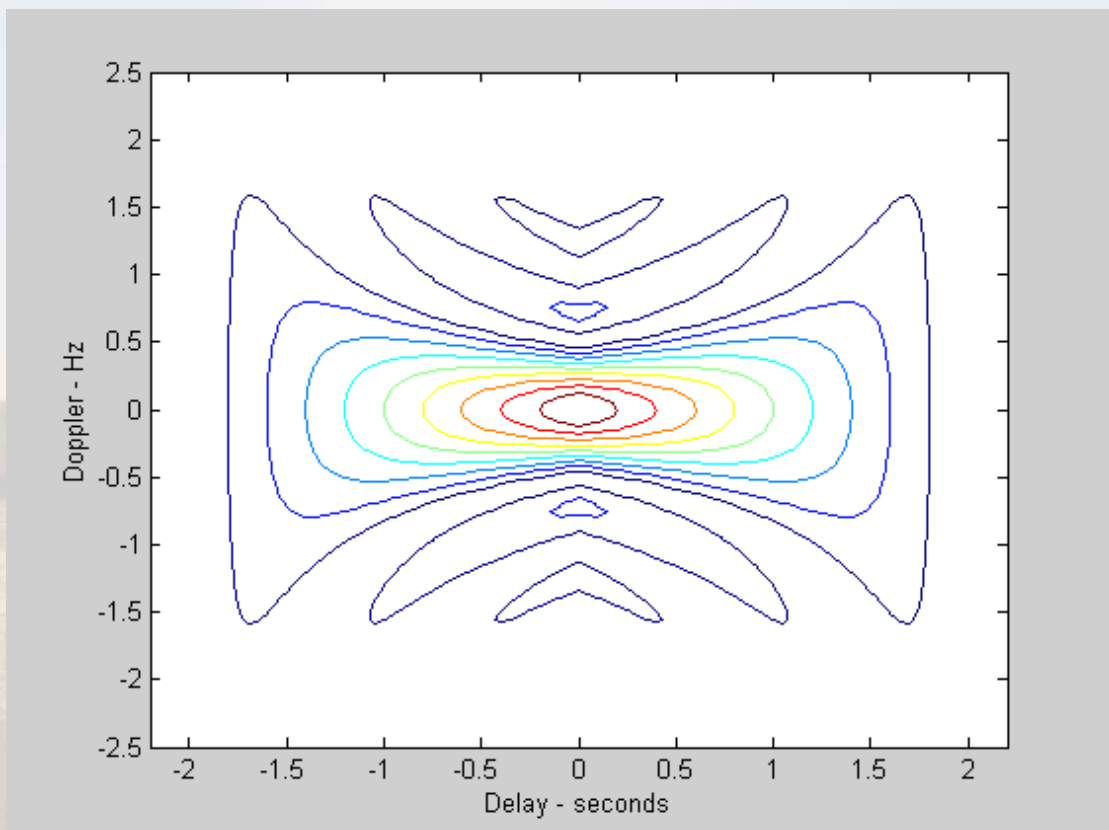
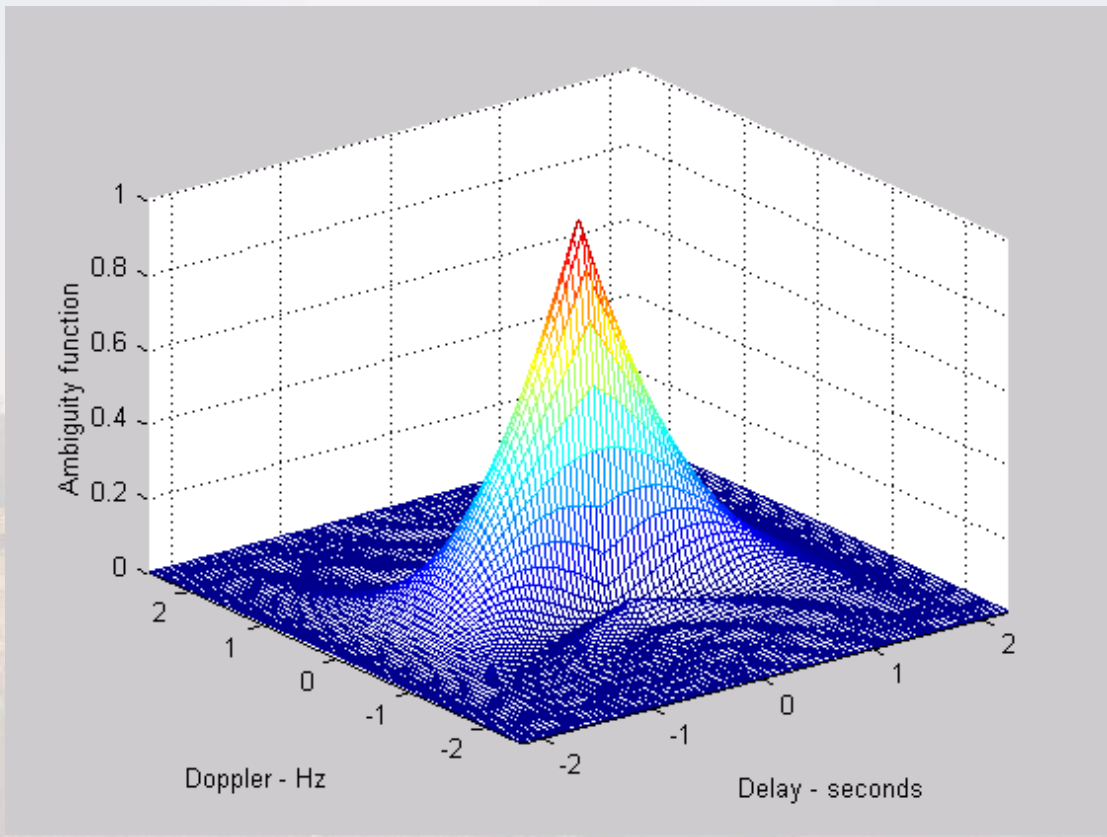
$$\int_{-\infty}^{+\infty} |u(t)|^2 dt = 1$$

由定义：

$$\begin{aligned} \chi(\tau, f_d) &= \int_{-\infty}^{+\infty} u(t)u^*(t-\tau)e^{j2\pi f_d t} dt \\ &= \frac{1}{t_p} \int_{-\infty}^{+\infty} \text{rect}\left(\frac{t}{t_p}\right) \text{rect}\left(\frac{t-\tau}{t_p}\right) e^{j2\pi f_d t} dt \end{aligned}$$



$$|\chi(\tau, f_d)| = \begin{cases} \left(1 - \frac{|\tau|}{t_p}\right) \text{sinc}\left[\pi f_d t_p \left(1 - \frac{|\tau|}{t_p}\right)\right], & |\tau| \leq t_p \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$



模糊函数的时延与多普勒切片

时延切片（多普勒失配量为0）：

$$\chi(\tau, 0) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(t)u^*(t - \tau)dt = A(\tau)$$

点目标回波的时延（径向距离）分辨特性由发射波形（信号复包络）的自相关函数（ACF）或功率谱密度（ACF的傅里叶变换）所决定。

多普勒切片（时延失配量为0）：

$$\chi(0, f_d) = \int_{-\infty}^{+\infty} |u(t)|^2 e^{j2\pi f_d t} dt$$

点目标回波的多普勒（径向速度）分辨特性由发射信号复包络 $u(t)$ 的特性所决定。

例：单个点频脉冲信号的AF

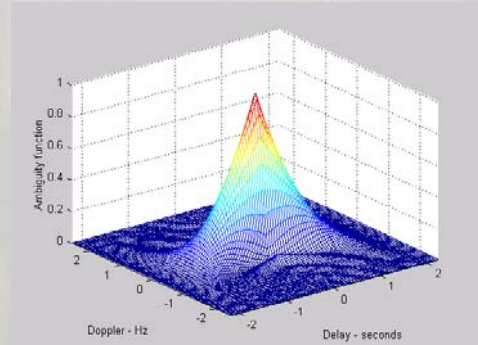
$$|\chi(\tau, f_d)| = \begin{cases} (1 - \frac{|\tau|}{t_p}) \text{sinc}[\pi f_d t_p (1 - \frac{|\tau|}{t_p})], & |\tau| \leq t_p \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

时延（距离）切片：

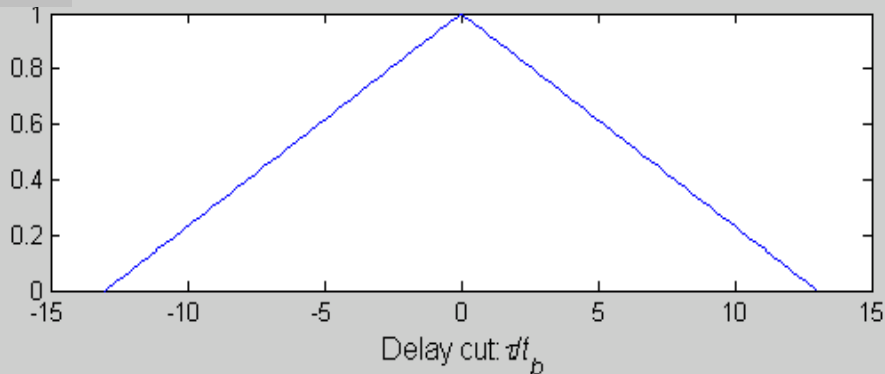
$$|\chi(\tau, 0)| = \begin{cases} 1 - \frac{|\tau|}{t_p}, & |\tau| \leq t_p \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

多普勒（频率 / 速度）切片：

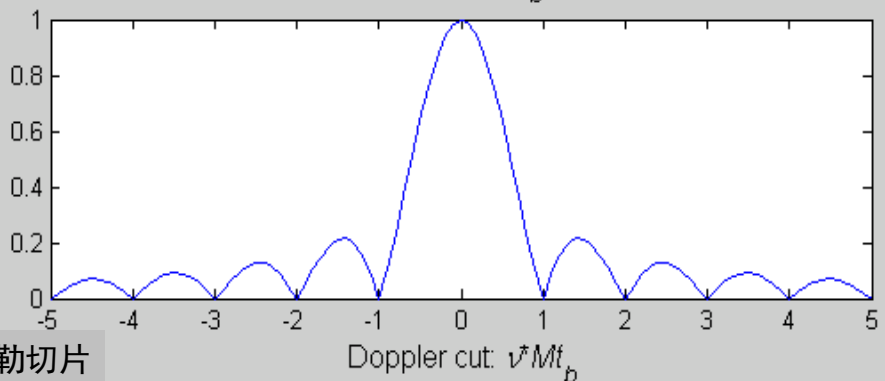
$$|\chi(0, f_d)| = \text{sinc}(\pi f_d t_p)$$



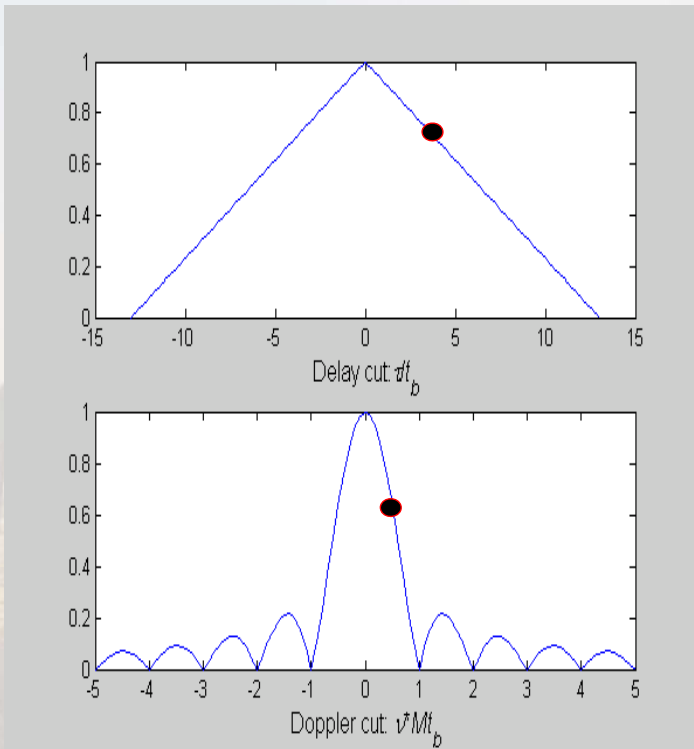
时延切片



多普勒切片

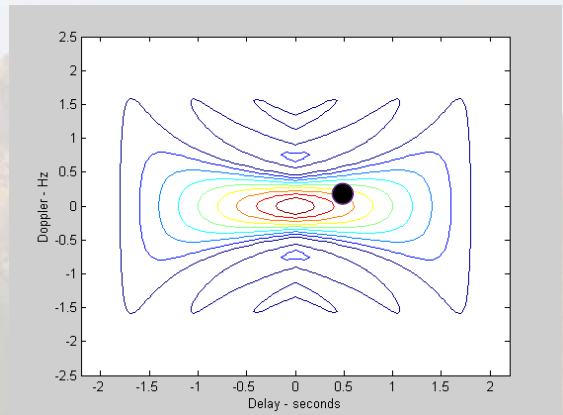


从信号的AF理解其距离和多普勒特性



时延切片

$$\tau = \frac{2(R_r - R_m)}{c}$$



多普勒切片

$$f_d = \frac{2(V_r - V_m)}{\lambda} = \frac{2(V_r - V_m)}{c} f_0$$

AF的性质及其物理意义

$\chi(\tau, f_d)$ 一般作归一化，并有以下性质：

(1) $|\chi(0,0)| = 1$

— 当目标正是设定的期望目标时，匹配滤波器输出峰值为1。

匹配于特定距离和多普勒频移的滤波器具有以下含义：

一是该滤波器正好取样在发射信号到达目标再返回到接收机的往返时间上；

二是该滤波器的频率正好调谐到同匹配目标的径向速度相对应的多普勒频移上。

因此，任何雷达信号波形其模糊度函数的峰值都位于原点，其物理意义是：当所观测到的目标具有与滤波器相匹配的距离和速度时，将产生最大的输出信号（输出信噪比）。

$$(1) \quad |\chi(0,0)| = 1$$

-- 当目标正是设定的期望目标时，匹配滤波器输出峰值为1。

$$(2) \quad 0 \leq |\chi(\tau, f_d)| \leq 1$$

-- 当目标不是期望目标时，匹配滤波器对当前目标产生了失配，故输出小于1。

当所观测到的目标具有与滤波器相匹配的距离和速度时，将产生最大的输出信号；当发生失配时，则不能得到最大输出信号！

$$(3) \quad \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |\chi(\tau, f_d)|^2 d\tau df_d = 1 \quad \text{-- 单位能量}$$

发射信号已归一化为单位能量，理想点目标散射幅度为1，故回波为单位能量。

$$(4) \quad |\chi(-\tau, -f_d)| = |\chi(\tau, f_d)| \quad \text{-- 关于原点对称。}$$

无论当前点目标相对于期望目标在时延上是超前还是滞后，其输出信号的失配量是相同的；无论当前点目标相对于期望目标在径向速度上是更快还是更慢，其输出信号的失配量也是相同的。

所以：不能通过对模糊函数失配量的分析给出目标时延是超前还是滞后、目标速度是更快还是更慢。

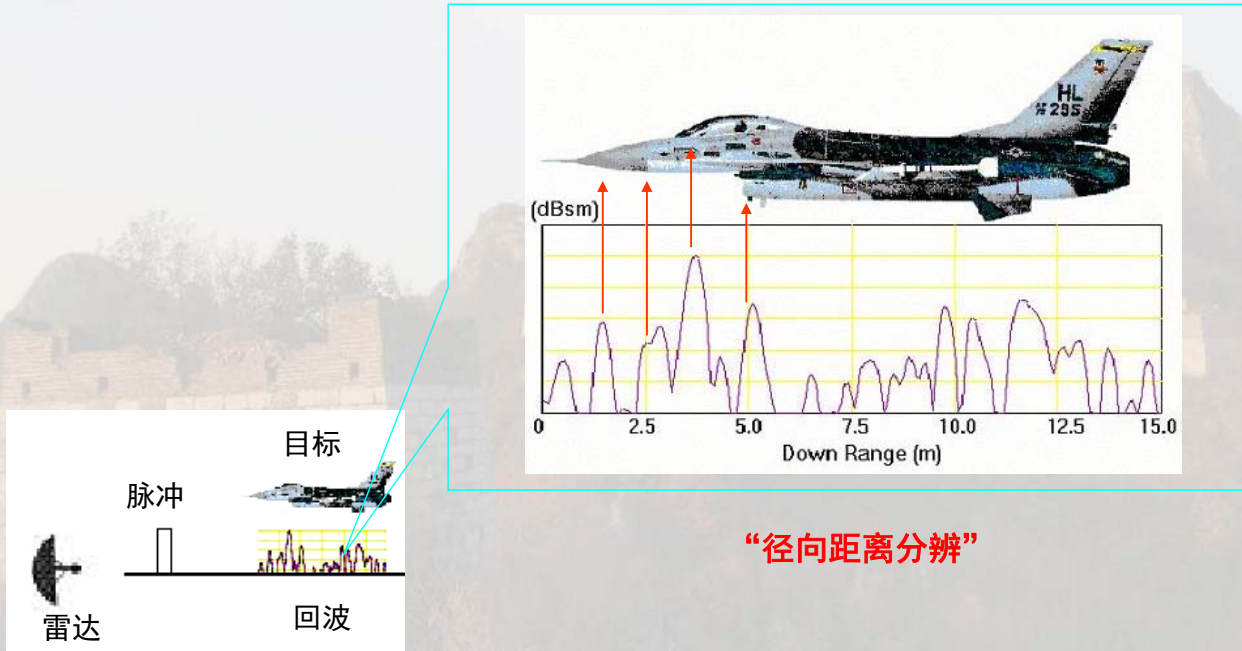
第六讲 雷达波形与处理

- 匹配滤波器
- 雷达模糊度函数
- **雷达波形与分辨率的概念**
- 典型雷达波形的模糊度函数
- 脉冲串信号的雷达模糊度函数
- 数字脉冲压缩
- 波形分集概念及应用

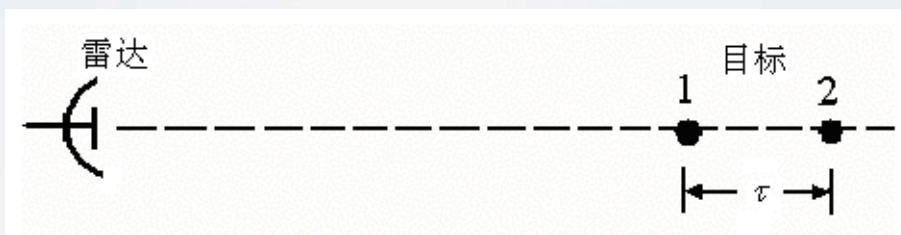
距离分辨率与信号带宽 (Range Resolution and Signal Bandwidth)

- 两个点目标之间的分辨
- 宽带信号与距离分辨率

扩展目标(Extended Target):



匹配滤波器对两个点目标的响应



对于两个理想点目标，若匹配滤波器对目标-1是匹配的（目标-1为期望目标），则两个目标的回波可以分别表示为：

目标-1回波： $u(t)$

目标-2回波： $u(t - \tau)$

两个目标之间的可分辨性

数学上，这两个回波信号的**可分辨程度**可以用它们之间的“**距离**”来表示：

$$D^2(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} |u(t) - u(t - \tau)|^2 dt$$

“距离” $D^2(\tau)$ 越大，可分辨性越好。

展开上式，有：

$$\begin{aligned} D^2(\tau) &= \int_{-\infty}^{+\infty} |u(t)|^2 dt + \int_{-\infty}^{+\infty} |u(t - \tau)|^2 dt \\ &\quad - 2\text{Re} \int_{-\infty}^{+\infty} u(t)u^*(t - \tau) dt \end{aligned}$$

因为 $\int_{-\infty}^{+\infty} |u(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} |u(t - \tau)|^2 dt = E_0$ (常数)

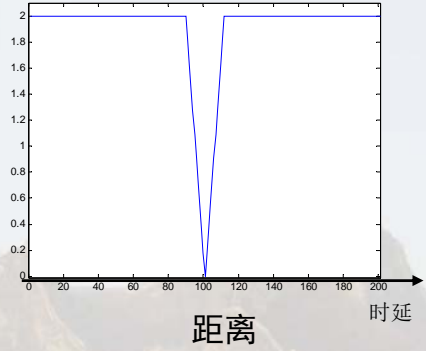
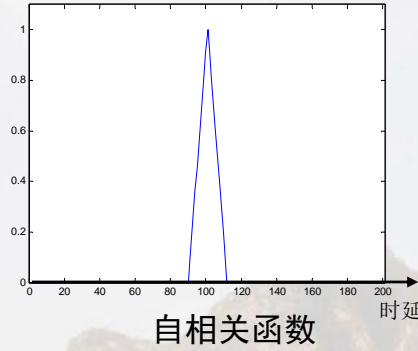
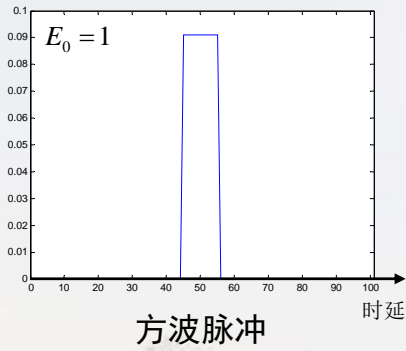
故

$$\begin{aligned} D^2(\tau) &= 2E_0 - \text{Re} \int_{-\infty}^{+\infty} u(t)u^*(t - \tau) dt \\ &= 2(E_0 - \text{Re}\{A(\tau)\}) \end{aligned}$$

可见，对两个目标之间的**分辨能力（分辨率）**取决于

$$A(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(t)u^*(t - \tau) dt$$

而它就是**雷达信号波形（复包络） $u(t)$ 的自相关函数（ACF）**！



$$D^2(\tau) = 2(E_0 - \text{Re}\{A(\tau)\})$$

$$A(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(t)u^*(t-\tau)dt$$

可见，雷达信号波形的自相关函数的**主瓣越窄**，则信号对时延的**分辨能力越强（距离分辨率越高）**。

可用**归一化的自相关函数** $\frac{|A(\tau)|^2}{|A(0)|^2}$ 来表示两目标回波波形在时间(距离)上的可分辨能力。在任何情况下，

若 $\tau=0$ ，表示两个目标完全重合，因此两个目标之间不可能分辨开，此时：

$$\frac{|A(\tau)|^2}{|A(0)|^2} = 1 \quad \text{——两个目标之间完全无法分辨}$$

当 $\tau \neq 0$ 时，两个目标之间不重合

$$\frac{|A(\tau)|^2}{|A(0)|^2} \sim 1 \quad \text{——两个目标之间很难分辨}$$

$$\frac{|A(\tau)|^2}{|A(0)|^2} \ll 1 \quad \text{——两个目标之间容易分辨}$$

注意到 $\frac{|A(\tau)|^2}{|A(0)|^2}$ 其实就是模糊度函数的时延切片 $|\chi(\tau,0)|^2$!!!

结论:

- 当两个目标的径向距离(与 τ 对应)一定时, 对这两个目标的可分辨性完全取决于雷达波形
- 雷达波形的自相关函数主瓣越窄, 则其对时延的分辨能力越强(距离分辨率越高)

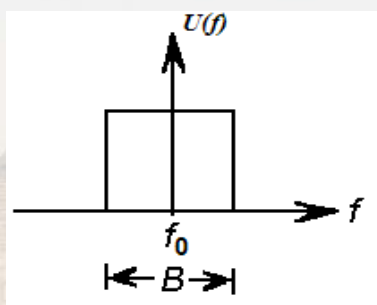
推论:

- 具有理想分辨率的波形, 其自相关函数应该是狄拉克冲击函数 $\delta(\tau)$
- 极窄脉冲波形具有良好的径向距离分辨率
- 由于波形的自相关函数同其功率谱密度之间具有傅里叶变换关系,

$$A(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} |U(f)|^2 e^{j2\pi f\tau} df$$

因此: 宽频带信号也具有好的径向距离分辨率。

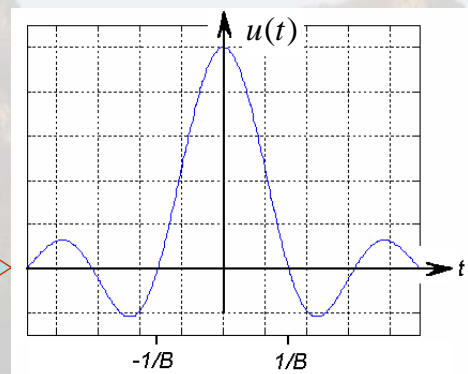
宽带信号的距离分辨率 --- 信号时域波形同其频谱之间的关系



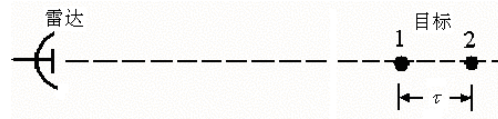
$$u(t) = \frac{\sin(\pi Bt)}{\pi Bt} e^{j2\pi f_0 t}$$



$$U(f) = \text{rect}\left(\frac{f}{B}\right)$$

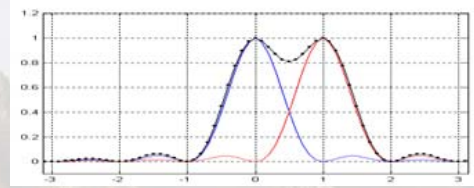


目标-1与目标-2之间距离 τ



对于带宽为 B 、具有矩形频谱的波形，其所对应的时域波形为sinc函数，时域的主瓣宽度（第一个过零点**单边宽度**）为

$$\tau_0 = \frac{1}{B}$$

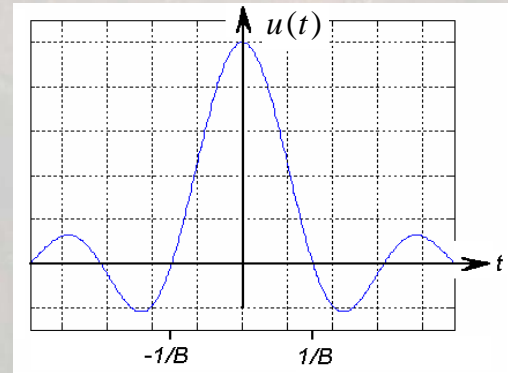


若 $\tau = \tau_0$

当匹配滤波器对目标-1匹配时，失配目标-2的输出峰值正好位于匹配目标-1的第一个过零点处。此时，这两个点目标的输出响应波形是**可以分辨开的**。

电磁波传播速度为 c ，此时对应的两个目标间的（双程）距离为

$$\Delta R = \frac{c}{2B}$$



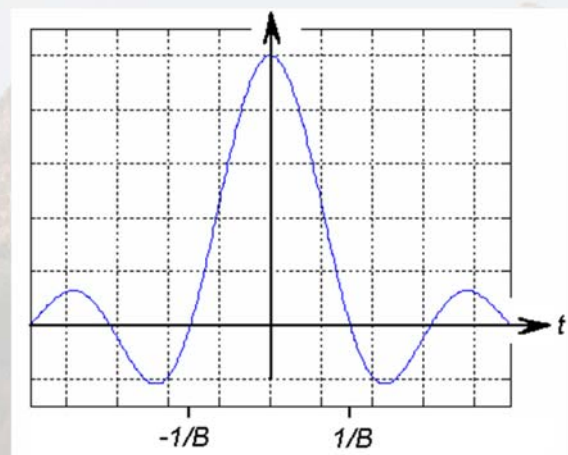
瑞利（Rayleigh）分辨准则：

波形的时域主瓣（第一个过零点）半宽度定义为波形的距离分辨率。

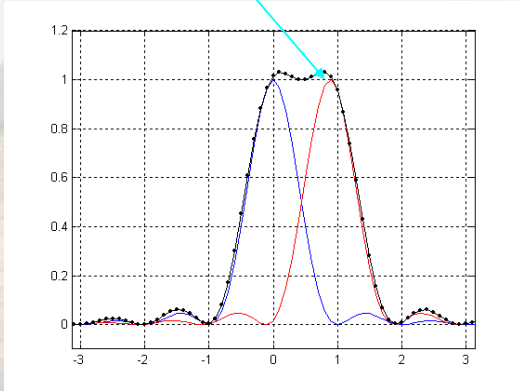
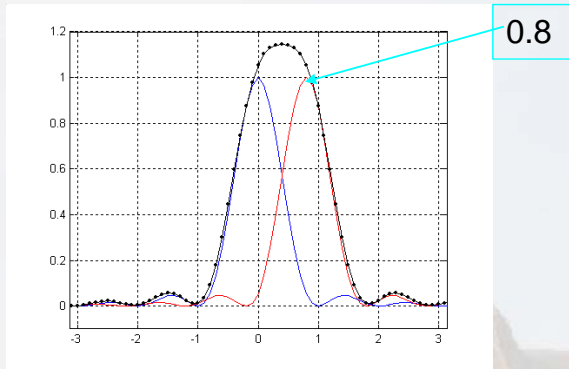
径向距离分辨率：

$$\delta_r = \frac{c}{2B}$$

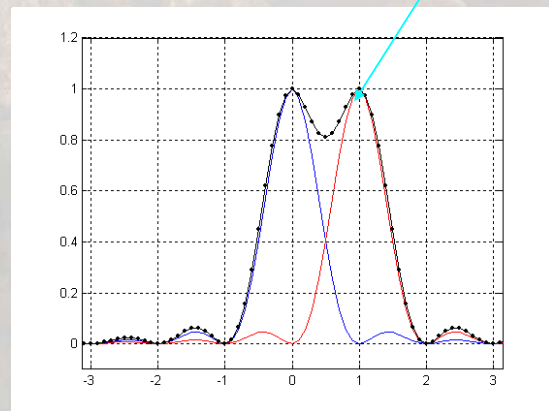
式中 c - 传播速度
 B - 波形带宽



目标的径向距离分辨率取决于雷达信号波形的频带宽度，两者成反比关系：**波形带宽越宽，径向距离分辨率越高！**



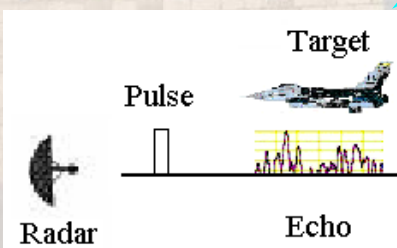
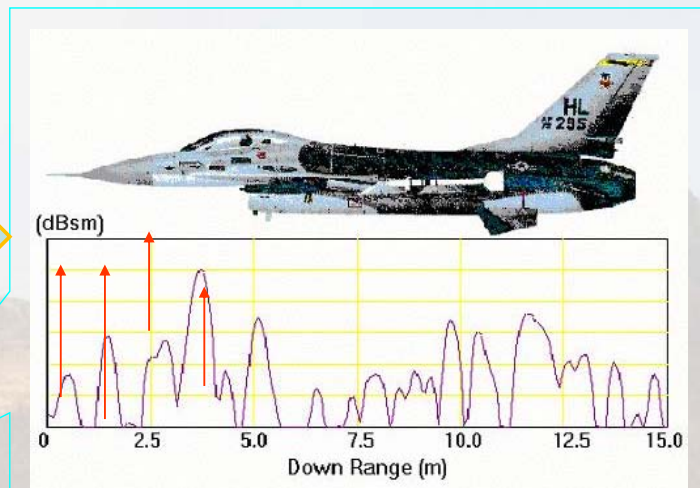
3-dB 准则



Rayleigh 准则

高分辨率成像中的“测距”

时域高速采样
雷达发射极窄脉冲



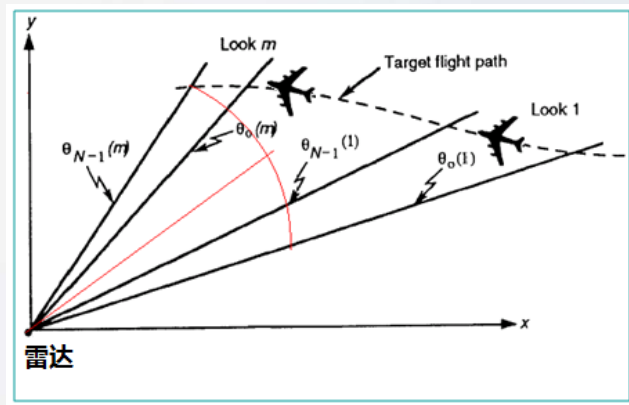
“脉冲压缩”处理

雷达发射大带宽信号：可采用LFM、SFW、NLFM、相位编码等宽带波形+脉冲压缩处理来实现。

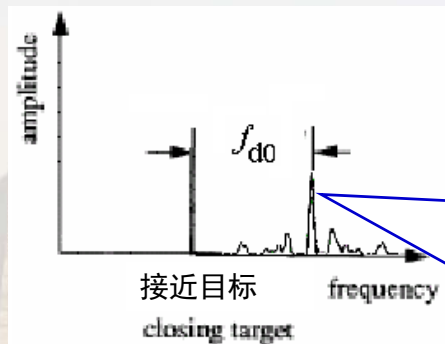
横向距离分辨率与多普勒频率 (Cross Range Resolution and Doppler Frequency)

- 横向距离与多普勒频率之间关系
- 横向距离分辨率

扩展目标的多普勒:

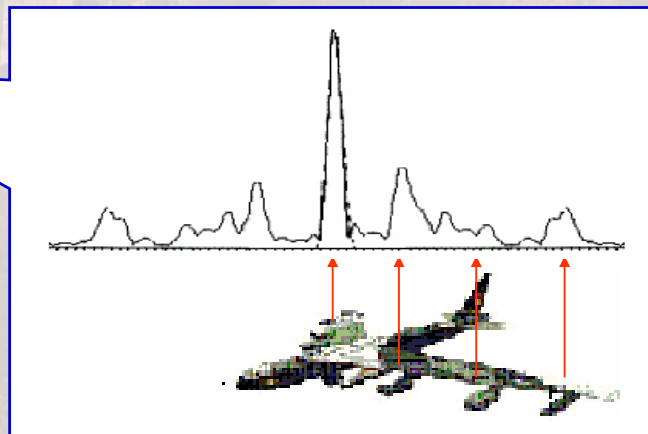


观测场景



多普勒频谱

同目标-雷达间旋转运动相关



旋转目标的多普勒

设在 $t=0$ 时刻，点目标位于 x 轴上。在时刻 t ：

$$R = \sqrt{R_0^2 + d^2 - 2R_0d \sin(\Omega t)}$$

若

$$R_0 \gg d$$

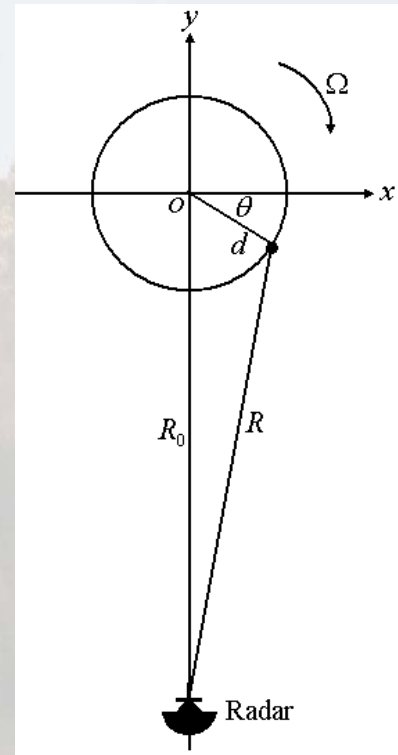
经Taylor展开，略去高阶项，则有

$$R \approx R_0 - d \sin(\Omega t) = R_0 - d \sin \theta$$

式中

$$\theta = \Omega t$$

为点目标在 $0 \sim t$ 期间转过的角度。



假设发射信号为（归一化信号幅度）：

$$s_t(t) = \text{Re}\{e^{j\omega_0 t}\}$$

忽略双程传播期间的目标运动，接收到的理想点目标回波信号为：

$$s_r(t) = \text{Re}\{e^{j(\omega_0 t - 4\pi R / \lambda)}\}$$

$$= \text{Re}\{e^{j[\omega_0 t - 4\pi R_0 / \lambda + 4\pi d \sin(\Omega t) / \lambda]}\}$$

载频时谐相位

雷达与旋转中心固定
距离造成的恒定相位

目标旋转使得该点
目标横向距离变化
造成的相位变化

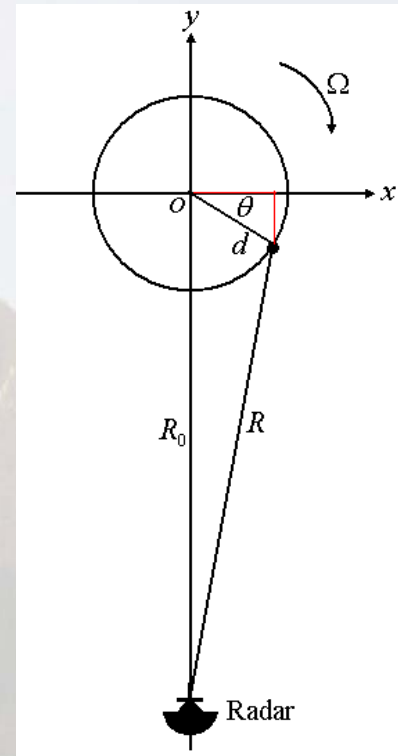
忽略时谐相位变化，有

$$\phi(t) = -\frac{4\pi}{\lambda} R_0 + \frac{4\pi}{\lambda} d \sin(\Omega t)$$

则随时间变化的目标多普勒频率为：

$$\begin{aligned} f_t &= \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi(t)}{dt} = 2\Omega \frac{d}{\lambda} \cos(\Omega t) \\ &= \frac{2\Omega}{\lambda} x \end{aligned}$$

旋转目标产生的多普勒频率与目标横向位置成正比例关系！



横向距离分辨率：两个旋转点目标响应的可分辨性

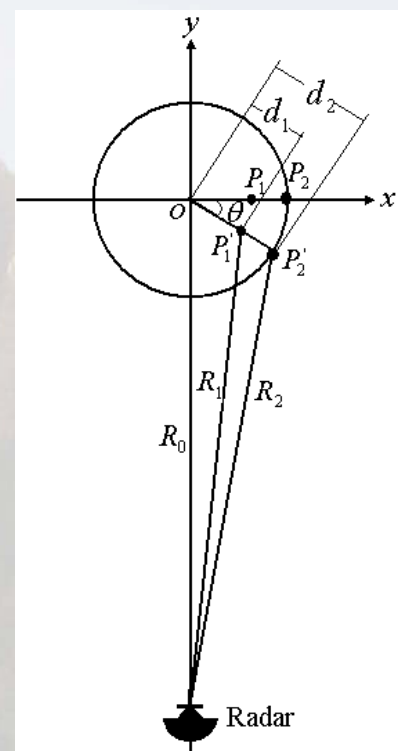
设在 $t=0$ 时刻，两个理想点目标 P_1 和 P_2 位于 x 轴上，横向距离不同。

发射信号：

$$s_t(t) = \text{Re}\{e^{j\omega_0 t}\}$$

或表示为转角的函数：

$$s_t(\theta) = \text{Re}\{e^{j\omega_0 \theta}\}$$



在转过角度 θ 的时刻:

$$R = \sqrt{R_0^2 + d^2 - 2R_0d \sin \theta}$$

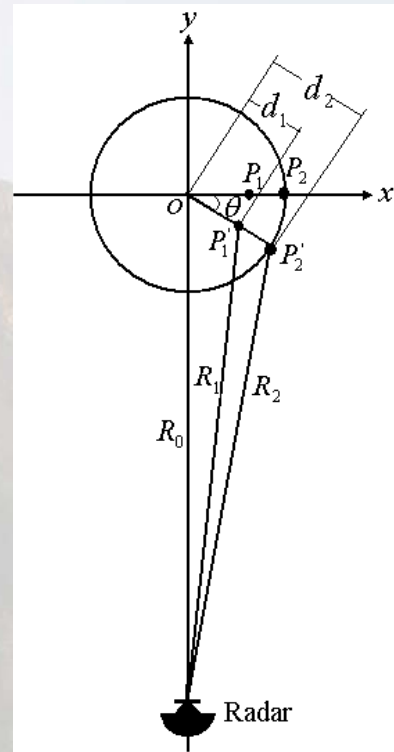
$$R_1 \approx R_0 - d_1 \sin \theta$$

$$R_2 \approx R_0 - d_2 \sin \theta$$

忽略载频时谐项和恒定距离相位项, 从目标 P_1 和 P_2 回来的信号为

$$s_{r1}(t) = \text{Re}\{e^{j4\pi d_1 \sin \theta / \lambda}\}$$

$$s_{r2}(t) = \text{Re}\{e^{j4\pi d_2 \sin \theta / \lambda}\}$$



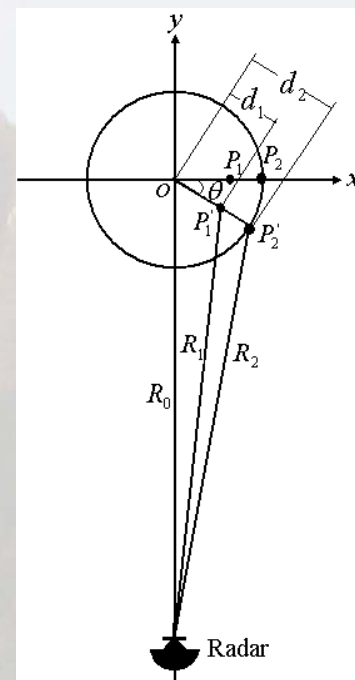
现假定用于接收目标回波的雷达接收机(匹配滤波器)已经设定为对目标 P_1 匹配, 则两个点目标的**接收机输出**可分别表示为:

$$\begin{aligned} v_1(\Delta\theta_m) &= \int_0^{\Delta\theta_m} s_{r1}(\theta) s_{r1}^*(\theta) d\theta \\ &= \int_0^{\Delta\theta_m} |s_{r1}(\theta)|^2 d\theta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_2(\Delta\theta_m) &= \int_0^{\Delta\theta_m} s_{r2}(\theta) s_{r1}^*(\theta) d\theta \\ &= \int_0^{\Delta\theta_m} e^{j\frac{4\pi}{\lambda}(d_2-d_1)\sin\theta} d\theta \end{aligned}$$

式中 $\Delta\theta_m$ 为目标转过的最大转角.

$$\begin{aligned} s_{r1}(t) &= \text{Re}\{e^{j4\pi d_1 \sin \theta / \lambda}\} \\ s_{r2}(t) &= \text{Re}\{e^{j4\pi d_2 \sin \theta / \lambda}\} \end{aligned}$$



如果目标转过的最大转角足够小, $\Delta\theta_m \ll 1$, $\sin\theta \approx \theta$

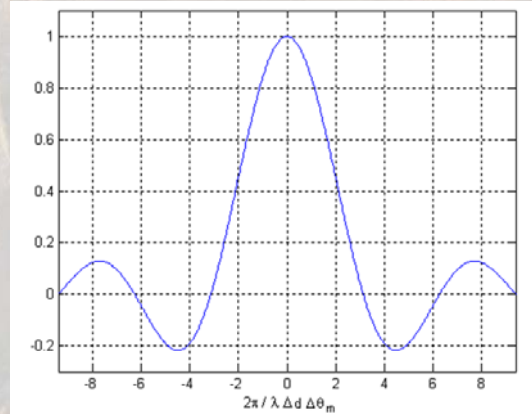
则有

$$v_2(\Delta\theta_m) \approx \int_0^{\Delta\theta_m} e^{j\frac{4\pi}{\lambda}(d_2-d_1)\theta} d\theta = e^{j\frac{2\pi}{\lambda}\Delta d} \frac{\sin(\frac{2\pi}{\lambda}\Delta d\Delta\theta_m)}{\frac{2\pi}{\lambda}\Delta d}$$

式中

$$\Delta d = d_2 - d_1$$

为两个点目标之间的横向距离。



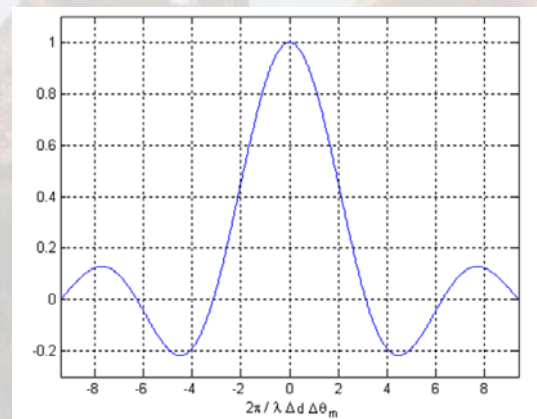
$$v_2(\Delta\theta_m) \approx e^{j\frac{2\pi}{\lambda}\delta_c} \frac{\sin(\frac{2\pi}{\lambda}\Delta d\Delta\theta_m)}{\frac{2\pi}{\lambda}\Delta d}$$

第一个过零点的位置:

$$\frac{2\pi}{\lambda}\Delta d\Delta\theta_m = \pi$$

即:

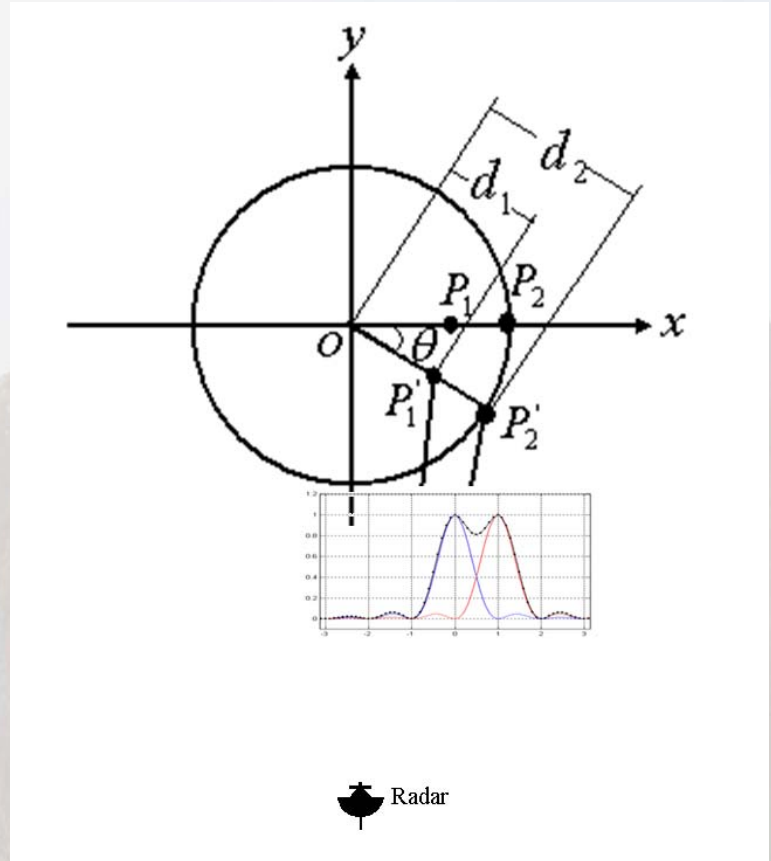
$$\Delta d = \frac{\lambda}{2\Delta\theta_m}$$



因此，当两个目标之间的横向距离为

$$\Delta d = \frac{\lambda}{2\Delta\theta_m}$$

若匹配滤波器对目标-1匹配时，失配目标-2的输出峰值正好位于匹配目标-1的第一个过零点处。此时，这两个点目标的输出响应波形是**可以分辨开的**。



根据**Rayleigh分辨准则**，有

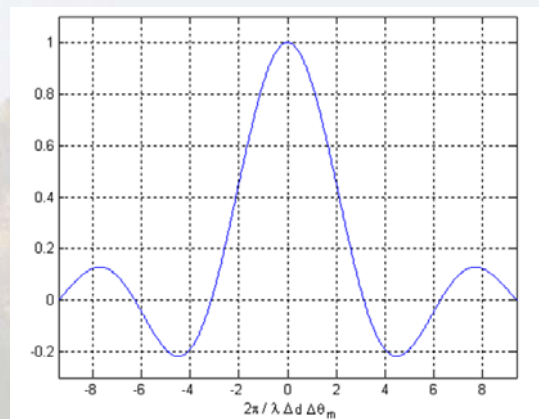
横向距离分辨率：

$$\delta_{cr} = \frac{\lambda}{2\Delta\theta_m}$$

式中：

λ 为雷达波长

$\Delta\theta_m$ 为目标转过的角度（量纲：弧度）

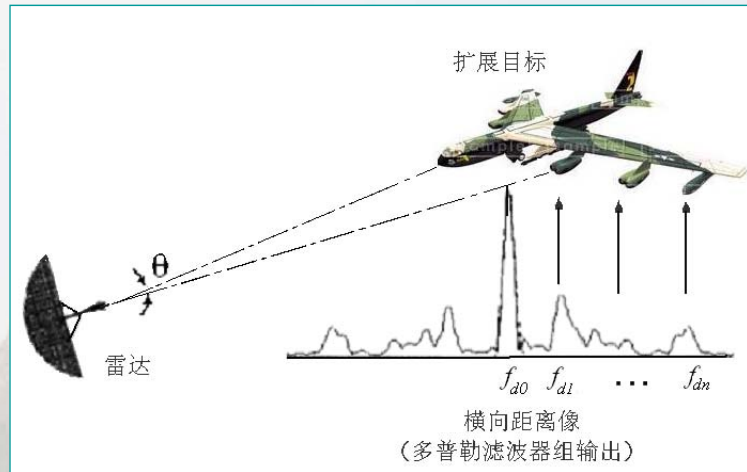


横向距离分辨率同雷达波长成正比、同旋转目标转过的角度成反比。转过的角度越大，横向距离分辨率越高。

测目标多普勒与横向距离分辨

若目标与雷达之间不但存在相对径向速度，还存在一个同雷达视线正交方向的速度分量，相当于存在一个目标绕自身某个轴旋转的速度分量。

在图中，如果目标有一个垂直纸面向外的转动分量，则从雷达看去，除了目标的径向速度（造成多普勒频率 f_{d0} ）外，



- 目标左侧的部件会有一个等效后撤的速度分量，因此其多普勒频率小于 f_{d0} ；
- 目标右侧部件则存在一个附加的向雷达接近的运动分量，因此其多普勒频率大于 f_{d0} ；
- 可见，不同横向距离上的目标散射中心具有不同的多普勒频率。

这样，如果雷达用一组多普勒滤波器组接收该扩展目标的多普勒回波，经过一定的相干处理时间间隔，可得到如图所示的扩展的多普勒频谱，它反映了目标横向散射结构信息。

横向距离分辨率：

$$\delta_{cr} = \frac{\lambda}{2\Delta\theta_m}$$

（请记住： $\Delta\theta_m$ 为目标转过的最大转角，且此式中量纲为rad而不是°！）

从旋转运动目标看：

由目标旋转运动造成多普勒频率的变化，进而可以对目标的横向距离进行分辨，该分辨率同总转角成反比：转角越大，横向距离分辨率越高！

等效地，从雷达观测时间看：

对于旋转运动的目标，雷达观测的时间越长，对其多普勒频率的分辨率就越高，也即对目标的横向距离分辨率越高！

雷达对目标的两维分辨率

$$\delta_r = \frac{c}{2B}$$

径向距离分辨率取决于雷达信号波形的频带宽度，两者成反比关系：
波形带宽越宽，径向距离分辨率越高！

$$\delta_{cr} = \frac{\lambda}{2\Delta\theta_m}$$

横向距离分辨率由雷达-目标间相对旋转运动形成的多普勒频率而得到，同转角大小成反比：相对转角越大，横向距离分辨率越高！

第七讲 雷达波形与处理（下）

- 匹配滤波器
- 雷达模糊度函数
- 雷达波形与分辨率的概念
- 典型雷达波形的模糊度函数
- 脉冲串信号的雷达模糊度函数
- 数字脉冲压缩
- 波形分集概念及应用

谢谢，请批评指正

许小剑

北京航空航天大学电子信息工程学院

Tel: 010-82316065

Email: xiaojianxu@buaa.edu.cn